Séquence 10 – Part 2 : FONCTION AFFINE

Objectifs du chapitre :
-Déterminer par le calcul l'image et l'antécédent d'un nombre donné.
-Représenter graphiquement une fonction affine.
-Connaitre et utiliser la relation $y = ax + b$ entre les coordonnées d'un point M qui est caractéristique de son appartenance à la droite représentative de la fonction.
-Déterminer une fonction affine à partir de la donnée de 2 nombres et de leurs images.
-Lire et interpréter graphiquement les coefficients d'une fonction affine représentée par une droite.
-Déterminer la fonction affine associée à une droite donnée dans un repère.
La proportionnalité des accroissements de x et de y est mise en évidence.

MANUEL : Myriade 3ème

Activité : Plateforme de VOD
Abonnement 12€, chaque film coûte ensuite 2€. Prix à payer pour visionner 4 films ? Pour regarder 10 films ? Pour regarder x DVD ? Représentation graphique ?

I Fonction affine **Vidéo** https://youtu.be/XOwoyupaPx0

1) Définitions

Définition: Soient m *et* p deux nombres relatifs donnés. Une fonction affine est une fonction qui, à un nombre x, associe le nombre $mx + p$.
On note $f: x \longmapsto mx + p$. On écrit aussi $f(x) = mx + p$.

Définition : Le nombre m s'appelle le **coefficient directeur** et le nombre p s'appelle **l'ordonnée à l'origine**.

Exemples
Dans l'exemple de la plateforme VOD, la fonction qui représente la situation est la fonction g : $2x + 12$
C'est une fonction affine de coefficient directeur 2 et d'ordonnée à l'origine 12

Exercice 15 p 124

2) Calcul d'image et d'antécédent

Règles de calcul : toujours le même principe !

1) Pour calculer l'image d'un nombre par une fonction affine, on remplace x par ce nombre dans l'expression $f(x) = mx + p$
2) Pour calculer l'antécédent d'un nombre par une fonction affine, on cherche x tel que l'image de x soit égale à ce nombre. On résout donc une équation.

Exemple :
Soit f la fonction affine telle que $f(x) = 6x - 2$

1) Calcul de l'image de -1 : $f(-1) = 6 \times (-1) - 2 = -6 - 2 = -8$

2) Calcul de l'antécédent de 4 : je cherche x tel que $f(x) = 4$
Je résous donc l'équation : $6x - 2 = 4$
$6x = 6$
$x = 1$
$f(1) = 4$ donc 1 est l'antécédent de 4 par la fonction f.

Exercices 14 p124 et 55,56 p 129

II Proportionnalité des accroissements

1) Propriété

Propriété : Si *f* est une fonction affine $x \mapsto mx + p$ et si x_1 et x_2 sont deux nombres, alors les accroissements des *x* sont proportionnels à ceux des *f(x).*

$$m = \frac{f(x_1) - f(x_2)}{x_1 - x_2}$$

Preuve :

$$f(x1) - f(x2) = (mx1 + b) - (mx2 + b) = mx1 + b - mx2 - b = mx1 - mx2 = m(x1 - x2)$$

2) Application : Déterminer une fonction affine. Vidéo https://youtu.be/cXl6snfEJbg

Une fonction affine possède 2 nombres caractéristiques : son coefficient directeur et son ordonnée à l'origine. Déterminer une fonction affine revient à déterminer ces deux nombres. Comment faire ?

Exemple :
Déterminer la fonction affine *f* sachant que *f(2) = 7* et que *f(-5) = - 14*
On doit trouver *m* et *p* tels que *f(x) = mx + p*
1) On a une formule pour le coefficient directeur : $m = \frac{f(x1)-f(x2)}{x1-x2}$
Donc $m = \frac{f(2)-f(-5)}{2-(-5)} = \frac{7-(-14)}{7} = \frac{21}{7} = 3$
On a désormais *f(x) = 3x + p*
2) Trouvons maintenant *p* :
On sait que *f(2) = 7* donc $3 \times 2 + p = 7$ *6 + p = 7* *p = 1*
Conclusion : La fonction affine recherchée est : *f(x) = 3x + 1*

Exercices 29 à 33 p 126
Exercice 38,39,40 p 127

III Représentation graphique Vidéo https://youtu.be/OQ37ZFZnqZg

1) Représenter graphiquement une fonction affine

Propriété : Dans un repère, la représentation graphique d'une fonction affine est une droite (d).
On dit que m est le coefficient directeur de la droite (d) et que p est son ordonnée à l'origine.
Propriété : Un point A est sur la droite représentant la fonction $f : x \longmapsto mx+p$ si et seulement si

$$y_A = m \times x_A + p$$

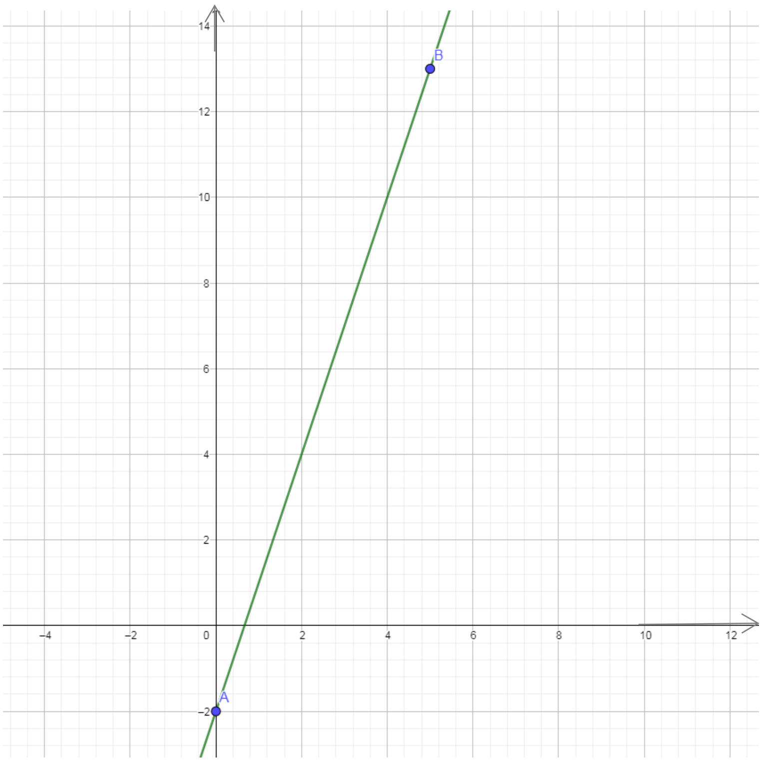
Méthode pour tracer la droite lorsque *f(x)* est donné :
On choisit deux valeurs de *x* pas trop proches l'une de l'autre, on calcule les images des deux nombres, puis on place les points correspondants. On relie les 2 points obtenus.

a) Avec 2 points

On choisit deux valeurs de *x* pas trop proches l'une de l'autre, on calcule les images des deux nombres, puis on place les points correspondants.

Exemple : Tracer la droite représentative de la fonction $f : x \longmapsto 3x - 2$

Avec $x = 0$ *on a* $f(0) = -2$ (ce qui veut que la fonction f à une droite qui passe par le point d'abscisse 0 et le point d'ordonnée -2) . Donc A (0 ; -2) ∈ *f*
Avec $x = 5$ *on a* $f(5) = 3 \times 5 - 2 = 13$. Donc B (5 ; 13) ∈ *f*

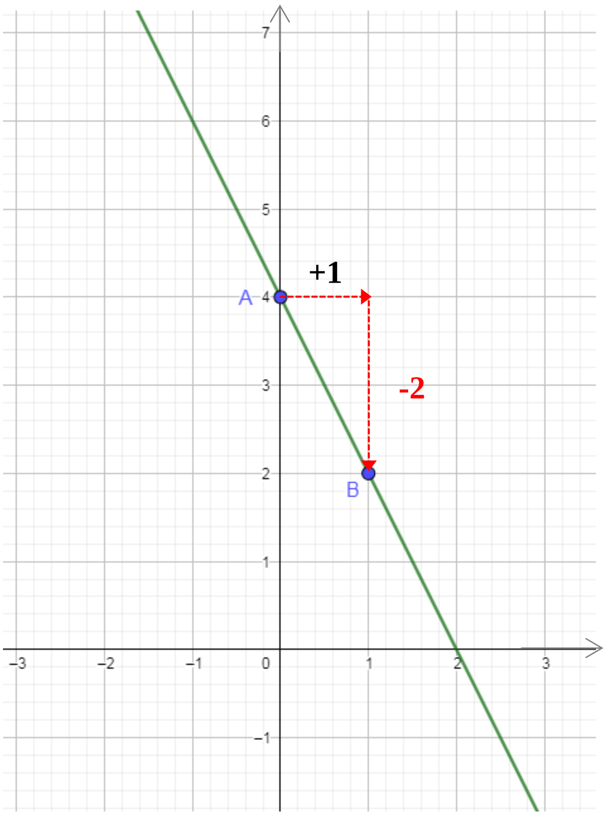


b) Avec 1 point et le coefficient directeur

On choisit une valeur de x, on calcule son image, puis on place le point correspondant. A partir de ce point, on fait un déplacement horizontal (+1) et un déplacement vertical (m). On obtient ainsi un deuxième point qui permet de tracer la droite.

Exemple Tracer la droite représentative de la fonction $f : x \longmapsto -2x + 4$

Avec $x = 0$ $on\ a\ \ f(0) = 4$ Donc A (0 ; 4) ∈ f



Exercices 16,17, 18 p 124

2) Lire sur une représentation graphique

Lecture d'image et d'antécédent : Comme dans les précédents chapitres sur les fonctions.

Lecture du coefficient directeur et de l'ordonnée à l'origine :

Ordonnée à l'origine : C'est l'ordonnée du point d'intersection de la droite avec l'axe des ordonnées : c'est l'image de 0.

Coefficient directeur : On repère deux points sur la droite dont les coordonnées sont faciles à lire. On repère les déplacements vertical et horizontal pour aller du premier au deuxième. On trouve alors

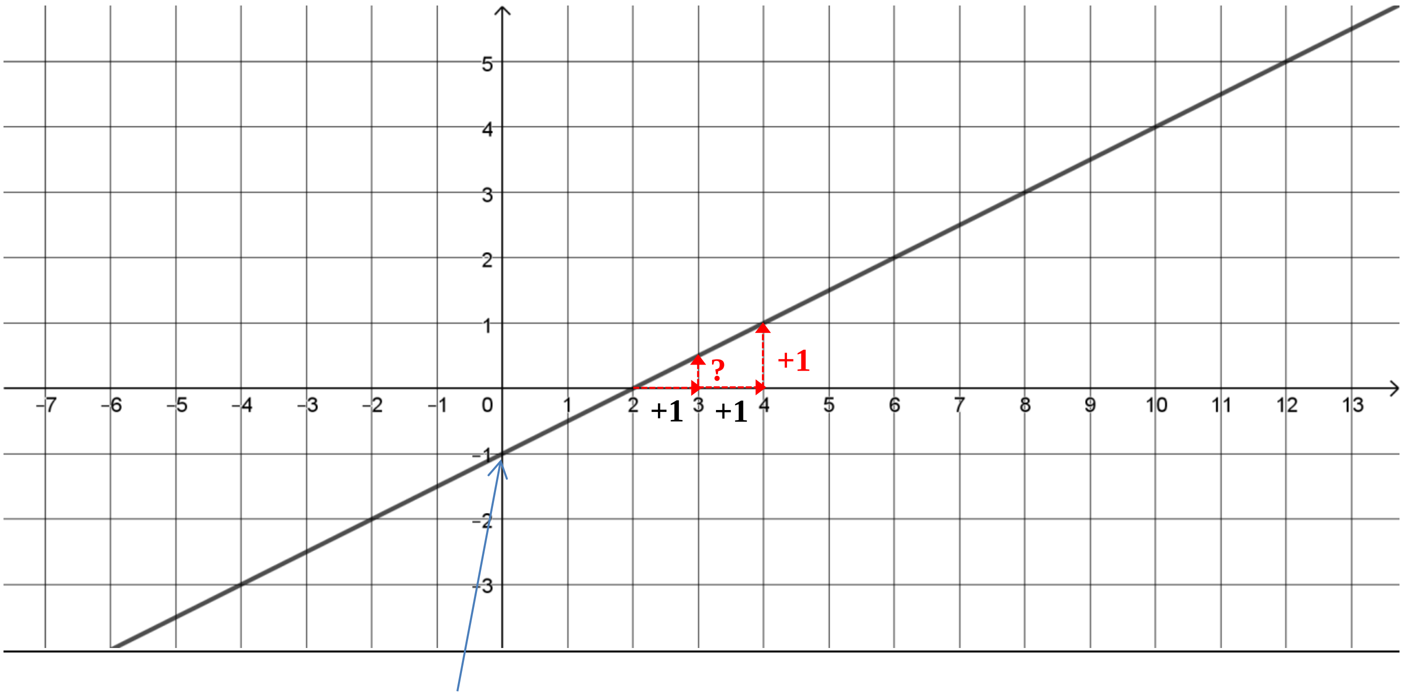
$$m = \frac{déplacement\ vertical}{déplacement\ horizontal}$$

Vidéo https://youtu.be/bgySp9gT8kA **Vidéo** https://youtu.be/E0NTyDRqWfM

Vidéo https://youtu.be/tEiuCP_oekY **Vidéo** https://youtu.be/q68CLk2CNik

Exemple :

Déterminer la fonction f représentée par la droite (d) ci-dessous



On commence par lire l'ordonnée à l'origine (se lit sur l'axe des ordonnées) : -1

On peut ainsi écrire $d : f(x) = mx - 1$

Partons du point de coordonnée (2 ; 0) $\in f$, et traçons un segment de 1 unité puis tracer un segment pour remonter tout droit jusqu'à ma droite. La distance parcouru semble être 0,5 mais pour être certain, on va faire un pas supplémentaire puis par proportionnalité on recalculera combien on doit faire lorsque l'on fait un pas.

x pas en abscisse	1	2
y pas en ordonnée	?	1

Soit pour un pas en abscisse, on a bien 0,5 pas en ordonnée

On en déduit le coefficient directeur qui est de : 0,5

L'expression de la fonction f est : $f(x) = 0{,}5x - 1$

Exercice 20 p 124, Ex 23 p 125
Exercice 57 p 129