Propriété des angles et des triangles

EXO4

Si BC > 7 alors BC est la plus grande longueur du triangle ABC.
Pour que ABC soit constructible, il suffit que BC < AB + AC
donc que BC < 11.
Comme on cherche un nombre entier, la plus grande valeur possible pour BC est donc 10 cm.

EXO5

Dans le triangle ABC, $\widehat{ABC}$ = 73° et $\widehat{BAC}$ = 28°.
Or dans un triangle, la somme des mesures des angles est égale à 180°.
Donc $\widehat{ACB}$+ 73°+ 28° = 180° soit $\widehat{ACB}$+ 101° = 180°.
On en déduit que $\widehat{ACB}$ = 180° – 101° = 79°

EXO6

Les droites (DE), (AB) et (BC) définissent des angles alternes-internes $\widehat{BCD}$ et $\widehat{CBA}$.
Or les droites (DE) et (AB) sont parallèles, donc les angles $\widehat{BCD}$ et $\widehat{CBA}$ ont même mesure.
Donc $\widehat{BCD}$ = $\widehat{CBA}$= 34°.

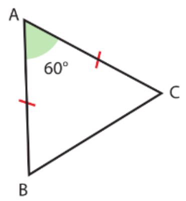
Dans le triangle ABC, $\widehat{ABC}$ = 34° et $\widehat{BAC}$ = 51°.
Or dans un triangle, la somme des mesures des angles est égale à 180°.
Donc $\widehat{BCA}$ + 34° + 51° = 180° soit $\widehat{BCA}$ + 85° = 180°.
On en déduit que $\widehat{BCA}$ = 180° – 85° = 95°.
Les droites (DE), (AB) et (AC) définissent des angles alternes-internes $\widehat{ACE}$ et $\widehat{BAC}$.
Or les droites (DE) et (AB) sont parallèles, donc les angles $\widehat{ACE}$ et $\widehat{BAC}$ ont même mesure.
Donc $\widehat{ACE}$ = $\widehat{BAC}$ = 51°.

EXO 15

Dans un triangle, la somme des mesures des angles est égale à 180°.
$\widehat{BCA}$ = 180° – 157° = 23°

EXO 18

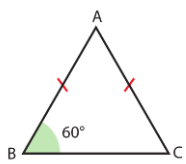
Cas 1



Dans le triangle ABC isocèle en A, $\widehat{BAC}$ = 60°.
Or dans un triangle **isocèle**, les angles à la base sont de même mesure.
De plus, la somme des angles d'un triangle est égale à 180°.
Soit 180° – 60° = 120°.

$\widehat{ABC}$ = $\widehat{ACB}$ = 120° ÷ 2 = 60°
Comme les trois angles du triangle ont la même mesure, on peut conclure que le triangle ABC est équilatéral.

Cas 2



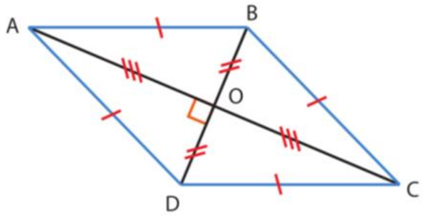
Dans le triangle ABC isocèle en A, $\widehat{ABC}$ = 60°.
Or dans un triangle **isocèle**, les angles à la base sont de même mesure. Donc $\widehat{ACB}$ = 60°.

De plus, la somme des mesures des angles d'un triangle est égale à 180°.
Soit 180° – 2 × 60° = 60°.
Donc $\widehat{BAC}$ = 60°.
Comme les trois angles du triangle ont la même mesure, on peut conclure que le triangle ABC est équilatéral.

Reconnaitre des triangles égaux

EXO 9
On cherche des côtés de même longueur et des angles de même mesure dans les 4 triangles.

Dans un losange, les côtés sont tous de même longueur et les diagonales se coupent en leur milieu.
Les 4 triangles ont leurs côtés deux à deux de même longueur.
Donc AOB, AOD, BOC et COD sont des triangles égaux.



EXO 10
On cherche des côtés de même longueur et des angles de même mesure dans les deux triangles.

ABC est un triangle isocèle en A. Or dans un triangle isocèle, les angles à la base sont de même mesure.
Donc $\widehat{ABH}$ = $\widehat{HCA}$.
(d) est la médiatrice du segment [BC] donc elle coupe perpendiculairement celui-ci en son milieu H.
Donc $\widehat{ABH}$ = $\widehat{CHA}$ = 90° et BH = CH.
Les deux triangles ACH et ABH ont un côté de même longueur compris entre deux angles de même mesure.
Donc les triangles ABH et ACH sont des triangles égaux.

Reconnaitre des triangles semblables

EXO 27
On cherche des angles de même mesure dans les deux triangles.
Calculons les angles $\widehat{ACB}$ et $\widehat{EGF}$.
• Dans le triangle ABC, $\widehat{CAB}$ = 27° et $\widehat{CBA}$ = 54°.
Or dans un triangle, la somme des angles est égale à 180°.
Donc $\widehat{CAB}$ + $\widehat{CBA}$ + $\widehat{ACB}$ = 180°.
Soit 27° + 54° + $\widehat{ACB}$ = 180°.
D'où $\widehat{ACB}$ = 180° – 81° = 99°.
• Dans le triangle EFG, $\widehat{EFG}$ = 27° et $\widehat{GEF}$ = 99°.
Or dans un triangle, la somme des angles est égale à 180°.
Donc $\widehat{EFG}$ + $\widehat{GEF}$ + $\widehat{EGF}$ = 180°.
Soit 27° + 99° + $\widehat{EGF}$ = 180°.
D'où $\widehat{EGF}$ = 180° – 126° = 54°.
• On a donc $\widehat{EFG}$ = $\widehat{CAB}$ = 27°, $\widehat{ACB}$ = $\widehat{GEF}$ = 99° et $\widehat{EGF}$ = $\widehat{CBA}$ = 54°.
Les triangles ABC et EFG ont les angles deux à deux de même mesure, donc ce sont des triangles semblables.

EXO 28

On cherche à savoir si les longueurs des côtés des triangles sont proportionnelles.
Pour cela, on réalise un tableau avec les longueurs des côtés, de la plus petite à la plus grande.

Longueurs du triangle ABC	4	5	6
Longueurs du triangle MNP	6,4	8	9,6

On calcule les rapports de longueurs pour voir si c'est un tableau de proportionnalité.

$$\frac{6{,}4}{4} = \frac{8}{5} = \frac{9{,}6}{6} = 1{,}6$$

Les rapports de longueurs sont égaux donc c'est bien un tableau de proportionnalité.
Donc les triangles ABC et MNP sont des triangles semblables

EXO32

Les triangles ABC et ADE sont des triangles semblables donc les longueurs des côtés des triangles sont proportionnelles.
AB = $\frac{3}{4}$ AD donc AC = $\frac{3}{4}$ AE soit AC = $\frac{3}{4} \times 7 = 5{,}25\ cm$

EXO14

On cherche des angles de même mesure dans les deux triangles.

Les droites (AC) et (BD) sécantes en O définissent des angles opposés par le sommet $\widehat{DOC}$ et $\widehat{AOB}$ qui ont même mesure donc $\widehat{DOC}$ = $\widehat{AOB}$.
Les droites (DC), (AB) et (AC) définissent des angles alternes- internes $\widehat{BAC}$ et $\widehat{ACD}$.
Or les droites (DC) et (AB) sont parallèles, donc les angles $\widehat{BAC}$ et $\widehat{ACD}$ ont même mesure. Donc $\widehat{ACD}$ = $\widehat{BAC}$.
Les droites (DC), (AB) et (BD) définissent des angles alternes- internes $\widehat{ABD}$ et $\widehat{BDC}$.
Or les droites (DC) et (AB) sont parallèles, donc les angles ? ABD et ? BDC ont même mesure. Donc $\widehat{ABD}$ = $\widehat{BDC}$.
Comme les triangles AOB et DOC ont les angles deux à deux de même mesure, alors on peut conclure que ce sont deux triangles semblables.

Problème 1

Dans le triangle ABC, on a M ∈ [AB] et N ∈ [AC]. Puisque Zlatana se tient droite, les droites (MN) et (BC) sont parallèles. On peut donc appliquer le théorème de Thalès :

$$\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC} = \frac{MN}{BC}$$

On a $\frac{AM}{AB} = \frac{2}{2+11{,}25} = \frac{1{,}6}{BC}$

Donc par le produit en croix on peut déterminer BC :
BC = $\frac{1{,}6 \times 13{,}25}{2} = \frac{21{,}2}{2} = 10{,}6\ m$
Le collège est donc un bâtiment de 10,6 m de haut.

Problème 2

Dans le triangle ABC, on a (AB) ⊥ (BC) et (DE) ⊥ (BC)
Si deux **droites sont perpendiculaires** à une **même** troisième **droite alors** ces deux **droites sont** parallèles
Donc (AB) // (DE)
De plus, on a E ∈ [AC] et D ∈ [BC]. On peut donc appliquer le théorème de Thalès dans le triangle ABC.

$$\frac{CE}{AC} = \frac{CD}{CB} = \frac{DE}{AB}$$

On a :

$$\frac{420}{AC} = \frac{CD}{1000} = \frac{252}{AB}$$

Donc par le produit en croix :
AC = $\frac{420 \times 1000}{CD}$

On peut déterminer CD en utilisant le théorème de Pythagore dans le triangle CDE rectangle en D

$EC^2 = DE^2 + DC^2$ soit $420^2 = 252^2 + DC^2$
Donc $DC^2 = 420^2 - 252^2 = 112896$
Donc DC $= \sqrt{112896} = 336$ m (car DC >0)

On en déduit la valeur de AC :
AC = $\frac{420 \times 1000}{336} = 1250\ m$