

Chapitre 9 : nombres en écriture fractionnaire

Préambule (voir activité d'intro)

Quelle différence y a-t-il entre $1 \div 2$; $\frac{1}{2}$ et 0,5 ?

$1 \div 2$ est une division qui a pour résultat $\frac{1}{2} = 0,5$. Mais $\frac{1}{2}$ est aussi une moitié.

Pourquoi a-t-on besoin d'une écriture fractionnaire alors que l'écriture décimale (par exemple 0,5) semblerait suffire ?

$\frac{1}{3} = 0,3333\dots$. Les fractions peuvent correspondre à des nombres non décimaux.

1. Écriture fractionnaire d'un nombre

1.1. Définition

Pour tout nombre b différent de 0, le **quotient** du nombre a par b est le seul nombre qui, multiplié par b , donne a : on le note $a \div b$ ou $\frac{a}{b}$

On dit que $\frac{a}{b}$ est **une écriture fractionnaire**.

On dit que a est le **numérateur** et b le **dénominateur**.

$\frac{a}{b}$ ← numérateur
 $\frac{a}{b}$ ← dénominateur

1.2. Exemples

- $\frac{2}{3}$ est le nombre qui, multiplié par 3, donne 2
- 0,2 est le seul nombre qui, multiplié par 5, donne 1, donc $0,2 = \frac{1}{5}$
- Dans l'écriture fractionnaire $\frac{8}{7}$, le numérateur est 8 et le dénominateur est 7

1.3. Cas particulier

Lorsque a et b sont des nombres entiers, on dit que $\frac{a}{b}$ est **une fraction**.

Par exemple, $\frac{2}{3}$ est une fraction mais $\frac{3,5}{6}$ ne l'est pas.

1.4. Remarque

Tout nombre décimal peut s'écrire sous forme d'une écriture fractionnaire.

Par exemple :

$$3,2 = \frac{3,2}{1} = \frac{32}{10} = \frac{320}{100} = \dots$$

Ce sont des **fractions décimales** car elles ont pour dénominateur 1 ; 10 ; 100, etc.

Chapitre 9 : nombres en écriture fractionnaire

2. Egalité de quotients

2.1. Propriété

On ne change pas la valeur d'un quotient en multipliant ou en divisant à la fois le numérateur et le dénominateur par un même nombre non nul.

Autrement dit :

Si c désigne un nombre non nul, alors $\frac{a}{b} = \frac{a \times c}{b \times c}$ et $\frac{a}{b} = \frac{a \div c}{b \div c}$.

Exemples :

$$\frac{7}{2} = \frac{7 \times 4}{2 \times 4} = \frac{28}{8}$$

$$\frac{18}{12} = \frac{9 \times 2}{6 \times 2} = \frac{9}{6} : \text{on dit que l'on a simplifié la fraction } \frac{18}{12} \text{ par 2.}$$

$$\frac{15}{25} = \frac{15 \div 5}{25 \div 5} = \frac{3}{5} : \text{on a simplifié la fraction } \frac{15}{25} \text{ par 5.}$$

Lorsqu'une fraction ne peut être simplifiée, on dit qu'elle est **irréductible**.

Méthode : Trouver des fractions égales Vidéo <https://youtu.be/l7orbsqx89U>

Méthode : Modifier l'écriture d'une fraction Vidéo https://youtu.be/Ate81v_xUiY

1) Réduire au même dénominateur pour comparer deux fractions ou les additionner

- On veut comparer deux fractions : $\frac{1}{4}$ et $\frac{5}{2}$. Comparer des « quarts » est le plus facile.
Or $\frac{5}{2} = \frac{5 \times 2}{2 \times 2} = \frac{10}{4}$. Comme $\frac{10}{4} > \frac{1}{4}$, c'est que $\frac{5}{2} > \frac{1}{4}$.
- On veut additionner 2 et $\frac{5}{7}$.
Or $2 = \frac{2}{1} = \frac{2 \times 7}{1 \times 7} = \frac{14}{7}$, et $\frac{14}{7}$ plus $\frac{5}{7}$ font $\frac{19}{7}$.

2) Simplifier une fraction

Méthode : Simplifier une fraction Vidéo <https://youtu.be/6ce96Tze9nl>

Simplifier une fraction, c'est diviser à la fois le numérateur et le dénominateur par un même entier non nul.

Comment faire pour simplifier $\frac{35}{25}$?

Il faut connaître *le critère de divisibilité* par 5 :

$$\frac{35}{25} = \frac{35 \div 5}{25 \div 5} = \frac{7}{5}$$

Chapitre 9 : nombres en écriture fractionnaire

3) Division par un nombre décimal

Toute division par un nombre décimal peut se ramener à une division par un entier.

Exemple :

$$9,45 \div 3,5 = \frac{9,45}{3,5} = \frac{9,45 \times 10}{3,5 \times 10} = \frac{94,5}{35}$$

On pose alors la division de 94,5 par 35.

9	4,	5	3	5
-7	0		2,	7
2	4	5		
-2	4	5		
		0		

D'où : $9,45 \div 3,5 = 2,7$.

Chapitre 9 : nombres en écriture fractionnaire

3. Addition et soustraction de deux nombres en écriture fractionnaire

3.1. Les dénominateurs sont les mêmes

Méthode : Additionner et soustraire des fractions

Vidéo <https://youtu.be/IGShZVQIXMQ> **Vidéo** <https://youtu.be/9dxCWlDbXXU>

Pour additionner (ou soustraire) 2 nombres en écriture fractionnaire de même dénominateur, on additionne (ou on soustrait) les numérateurs et l'on garde le même dénominateur.

Exemples :

$$A = \frac{1}{4} + \frac{2}{4}$$

$$A = \frac{1+2}{4}$$

$$A = \frac{3}{4}$$

$$B = \frac{1}{7} + \frac{13}{7}$$

$$B = \frac{1+13}{7}$$

$$B = \frac{14}{7}$$

$$B = \frac{14 \div 7}{7 \div 7}$$

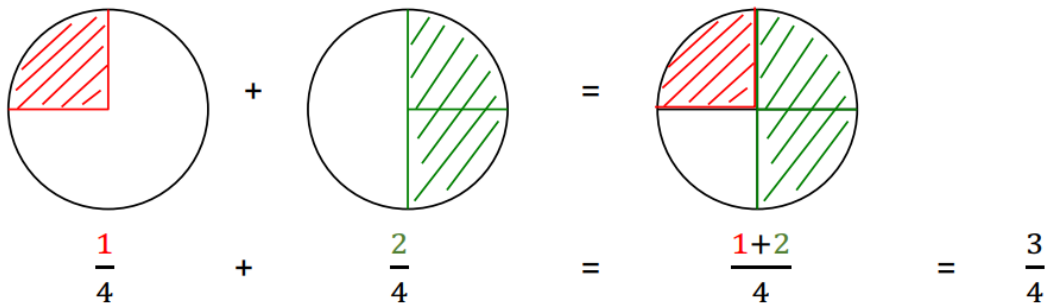
$$B = \frac{2}{1}$$

$$B = 2$$

$$C = \frac{5}{3} - \frac{1}{3}$$

$$C = \frac{5-1}{3}$$

$$C = \frac{4}{3}$$



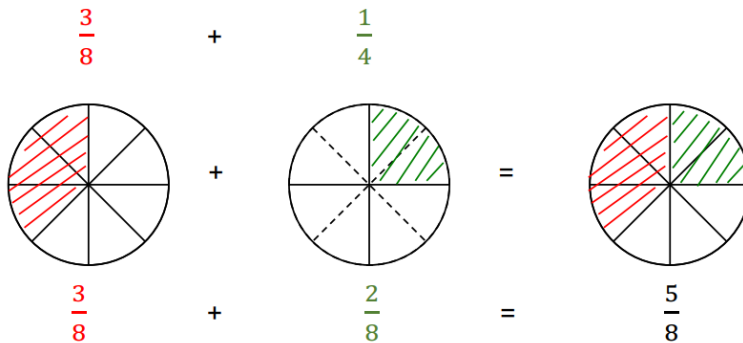
$$\frac{a}{D} + \frac{b}{D} = \frac{a+b}{D}$$

Chapitre 9 : nombres en écriture fractionnaire

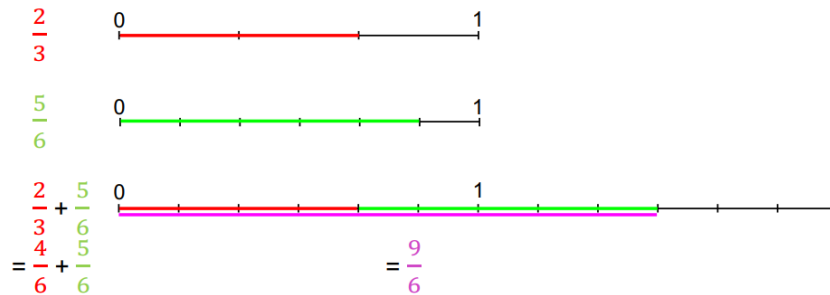
3.2. Les dénominateurs sont différents

Pour additionner ou soustraire deux nombres en écriture fractionnaire de dénominateur différent, il faut réduire les fractions au même dénominateur.

Exemple 1 :



Exemple 2 :



Soit : $\frac{2}{3} + \frac{5}{6} = \frac{9}{6} = \frac{3}{2}$

Exemples :

$$A = \frac{1}{6} + \frac{5}{3}$$

$$A = \frac{1}{6} + \frac{5 \times 2}{3 \times 2}$$

$$A = \frac{1}{6} + \frac{10}{6}$$

$$A = \frac{11}{6}$$

$$B = \frac{13}{12} - \frac{7}{24}$$

$$B = \frac{13 \times 2}{12 \times 2} - \frac{7}{24}$$

$$B = \frac{26}{24} - \frac{7}{24}$$

$$B = \frac{19}{24}$$

$$C = 2 + \frac{5}{33}$$

$$C = \frac{2}{1} + \frac{5}{33}$$

$$C = \frac{2 \times 33}{1 \times 33} + \frac{5}{33}$$

$$C = \frac{66}{33} + \frac{5}{33}$$

$$C = \frac{66+5}{33}$$

$$C = \frac{71}{33}$$

Chapitre 9 : nombres en écriture fractionnaire

4. Multiplication de deux nombres en écriture fractionnaire

Pour multiplier deux nombres en écriture fractionnaire, il faut multiplier

- d'une part les numérateurs entre eux,
- d'autre part les dénominateurs entre eux.

Exemples :

$$\frac{3}{8} \times \frac{5}{7} = \frac{3 \times 5}{8 \times 7} = \frac{15}{56} \quad ; \quad 5 \times \frac{2}{9} = \frac{5 \times 2}{9} = \frac{10}{9}$$