Chapitre 8 : Statistiques et probabilités

1. Lire un tableau

Exemple 1 :

On complète le tableau à double entrée ci-dessous qui donne la répartition des élèves de $5^{\text{ème}}$ d'un collège selon leur classe et leur qualité d'externe ou demi-pensionnaire.

	$5^{\text{ème}}$ A	$5^{\text{ème}}$ B	$5^{\text{ème}}$ C	$5^{\text{ème}}$ D	Total
Externes	8	10			
Demi-pensionnaires		17	19	12	
Total	25			22	99

Pour lire un tableau, on utilise à chaque fois le croisement d'une ligne et d'une colonne.

Au croisement (« à l'intersection ») de la ligne $5^{\text{ème}}$ D et demi-pensionnaire, on trouve le nombre d'élèves de « $5^{\text{ème}}$ D et demi-pensionnaire ».

12 est l'effectif des élèves de $5^{\text{ème}}$ D demi-pensionnaire.

Exemple 2 :

Un concessionnaire donne la répartition des voitures vendues dans le mois selon leur couleur.

Il fournit le tableau à deux lignes suivant :

Couleur	Blanc	Gris	Rouge	Noir	Autres	Total
Effectif	16	20	8	12	24	80

« L'effectif de la couleur blanche est 16 » : ceci signifie qu'il a vendu 16 voitures blanches.

Exercice 1 sur « Les effectifs ».

2. Regroupement en classes

Pour limiter le nombre de données présentées dans un tableau, on peut les regrouper en « classes ».

Exemple 1 :

On veut construire un tableau donnant la répartition des enfants d'une colonie de vacances par tranches d'âge.

On choisit de faire un tableau par tranches d'âge de 3 ans.

Classes d'âge	De 6 ans (inclus) à 9 ans (exclu)	De 9 ans (inclus) à 12 ans (exclu)	De 12 ans (inclus) à 15 ans (exclu)	Total
Effectif	25	28	20	73

On appelle « amplitude d'une classe » la différence entre la plus grande et la plus petite valeur de la classe : ici, elle est égale à 3 ans pour toutes les classes.

L'effectif de la classe d'âge de 6 ans (inclus) à 9 ans (exclu) est le nombre d'enfant entre 6 et 9 ans, donc 25.

Exemple 2 :

On veut construire un tableau donnant la répartition des enfants d'une 5ème selon leur taille.

On choisit de faire un tableau par tranches de taille.

Taille	Moins de 1,30 m (exclus)	De 1,30 m (inclus) à 1,40 m (exclu)	De 1,40 m (inclus) à 1,50 m (exclu)	Plus de 1,50 m (inclus)	Total
Effectif					25

- L'amplitude de chaque classe est différente ; seules deux amplitudes sont connues : qu'elles sont-elles ? 10 cm pour chacune d'elle.
- Quel est l'effectif de la classe « De 1,40 m (inclus) à 1,50 m (exclu) » ? selon la 5ème.

Exercice 2 sur « Les effectifs »

3. La fréquence Vidéo https://youtu.be/MwNV5eCBFrI

Activité 6 : La roulette

À la roulette, on peut parier soit sur le numéro qui va sortir, soit sur la couleur du numéro qui va sortir (noir ou rouge). Au bout de 25 parties consécutives, voici les couleurs sorties :

N N R N R R N N R N R N N R N N N R R R N R R N N

a. Peut-on dire que plus de 50 % des tirages sont rouges ?

b. Que pourrait-on appeler « fréquence d'apparition de la couleur rouge » ?

c. Les 40 parties suivantes ont donné les résultats suivants :

N R N R R R N N R N R R R N N N R N R R
N R R N N R R N R N R N N R R N R N R N

Calcule la fréquence d'apparition de la couleur rouge pour ces parties. Peut-on dire que plus de 50 % des tirages sont rouges ?

d. Un joueur qui n'a effectué que les 25 premières parties parmi les 40 de la question **c.** et qui ne parie que sur la couleur rouge a fait la réflexion suivante : « J'aurais gagné plus souvent si j'avais parié sur les 40 parties plutôt que sur les 25 premières ! ». A-t-il raison ?

On présente les résultats d'un tirage à la roulette sous forme de tableau :

Couleur	Noir	Rouge	Total
Effectif	14	11	25
Fréquence	56%	44%	100%

La fréquence d'apparition de la couleur rouge est le nombre de fois où elle sort sur le nombre total de lancers.

Plus généralement, la fréquence est la valeur du quotient de l'effectif par l'effectif total. Elle s'exprime **sous forme fractionnaire**, **sous forme décimale** ou **sous forme de pourcentage**.

Exemple : dans l'exemple précédent, on peut écrire que la fréquence d'apparition de la couleur rouge est $\frac{11}{25}$ ou 0,44 ou 44%.

Par définition, une fréquence est toujours comprise entre 0 et 1.

$$\boxed{\text{Fréquence} = \frac{EFFECTIF}{EFFECTIF\ TOTAL}}$$

On peut donner la fréquence en pourcentage :

$$\boxed{\text{Fréquence en \%} = \text{Fréquence} \times 100}$$

Exercices 1 à 3 sur « Les fréquences » issus de Sesamath.

Chapitre 8 : Statistiques et probabilités

4. Caractéristiques de position d'une série de données

4.1 La moyenne :

Définition : La moyenne d'une série de données statistiques est égale à la somme de toutes les données divisée par l'effectif total de la série.

Activité : Compter le nombre de stylos dont vous disposez dans votre trousse. Nous allons calculer la moyenne du nombre de stylo dans la trousse de la classe.

- Calculer la moyenne du nombre de stylos dans la classe

Exemple : les valeurs de cette série d'une classe de 30 élèves sont les suivantes :

15 ; 10 ; 20 ;12 ; 14 ;18 ;6 ; 20 ; 22 ; 31 ; 13 ; 15 ;18 ;22 ; 24 ; 23 ; 9 ; 8 ; 2 ;14 ; 28 ; 26 ; 8 ; 24 ; 25 ; 4 ; 6 ; 11 ; 7 ; 20

4.2 La médiane :

Définition : Une médiane d'une série de données est une valeur telle qu'il y a :

- Au moins la moitié des valeurs inférieures ou égales à cette médiane ;
- Au moins la moitié des valeurs supérieures ou égales à cette médiane :

Important : Pour trouver la valeur de la médiane, il faut commencer par classer par ordre croissant toutes les valeurs de la série.

Activité : reprendre l'exemple précédent et trouver la médiane.

En vidéo :

https://fr.khanacademy.org/math/probability/data-distributions-a1/summarizing-center-distributions/v/mean-median-and-mode

Chapitre 8 : Statistiques et probabilités

5. Diagrammes

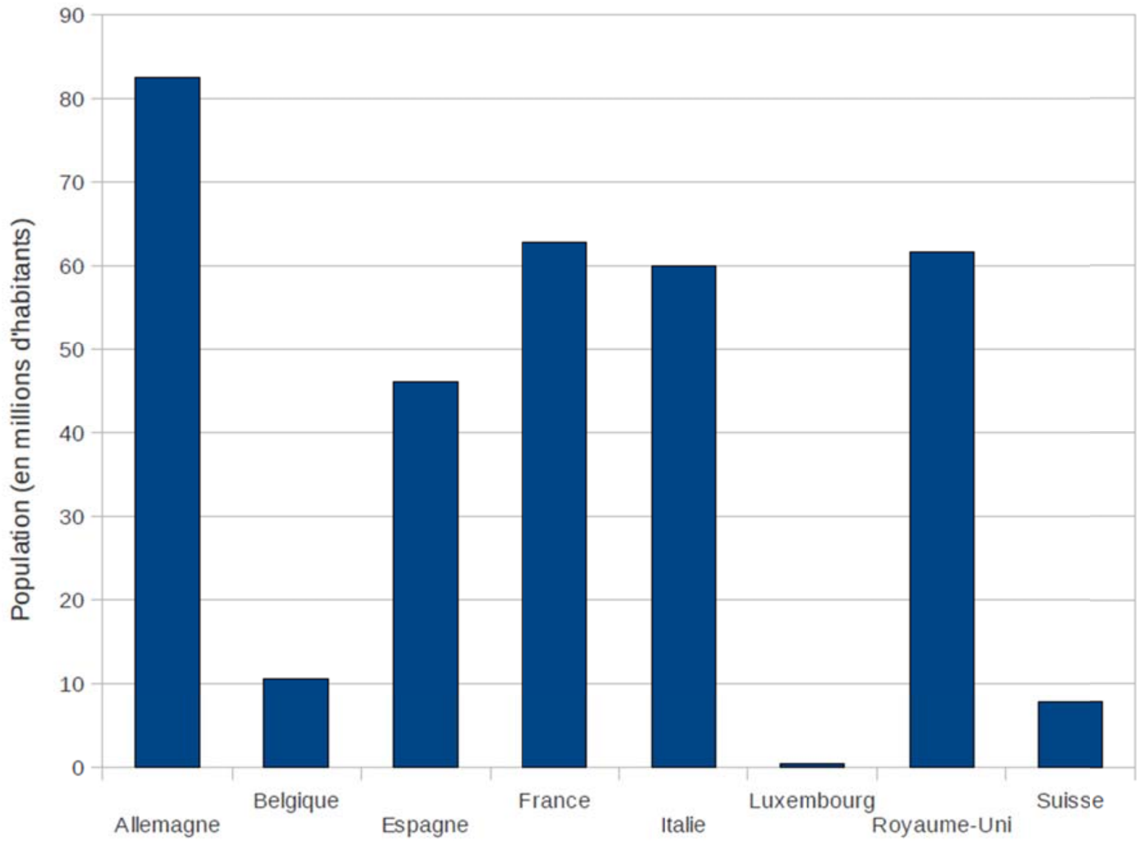
5.1. Diagrammes en bâtons (ou en barres)

https://www.youtube.com/watch?v=NZnhF5VDy04

Un diagramme en bâtons permet de comparer des données.

Dans un diagramme en bâtons, les hauteurs des bâtons sont proportionnelles aux quantités représentées.

Exemple :



Le pays le plus peuplé parmi les 8 pays représentés est l’Allemagne.

Exercice 1 sur « Les diagrammes ».

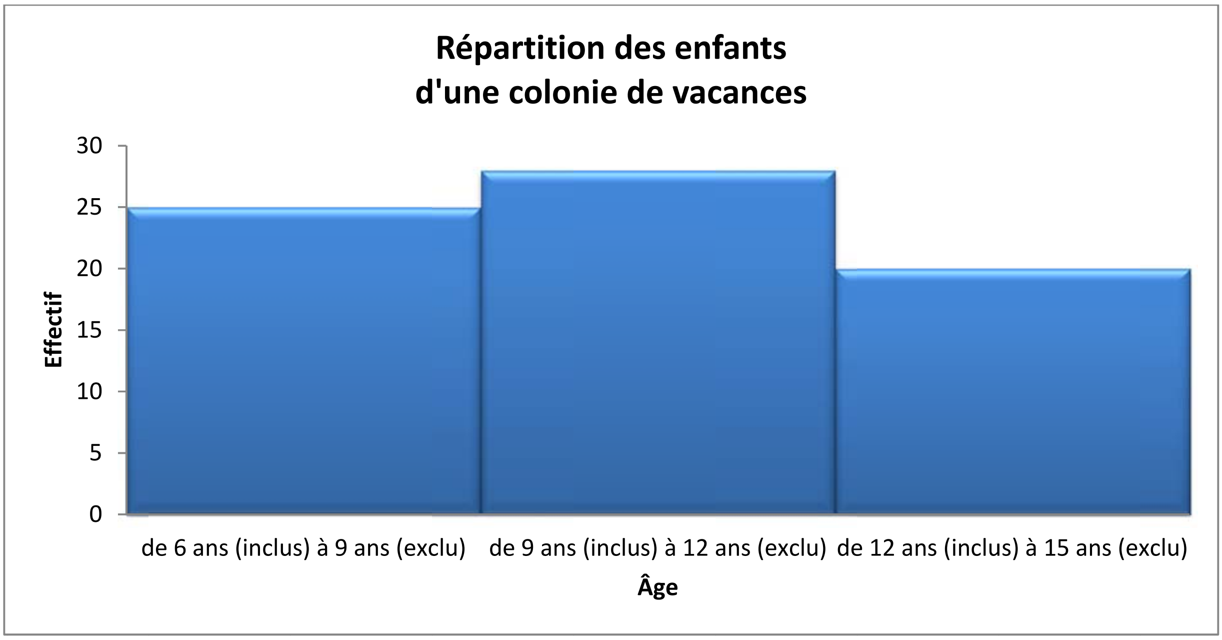
5.2. Histogramme

Lorsque les données ont été regroupées en classe, et qu'on aimerait comparer des données, on utilise un histogramme.

Exemple :

On veut construire l'histogramme pour le tableau suivant :

Classes d'âge	De 6 ans (inclus) à 9 ans (exclu)	De 9 ans (inclus) à 12 ans (exclu)	De 12 ans (inclus) à 15 ans (exclu)	Total
Effectif	25	28	20	73



Lorsque les classes ont la même amplitude, les rectangles de l'histogramme ont la même largeur, à savoir l'amplitude de la classe.

La hauteur des rectangles est alors proportionnelle à l'effectif (ou à la fréquence) de la classe.

Exercice 2 sur « Les diagrammes ».

5.3. Diagrammes circulaires ou demi-circulaires

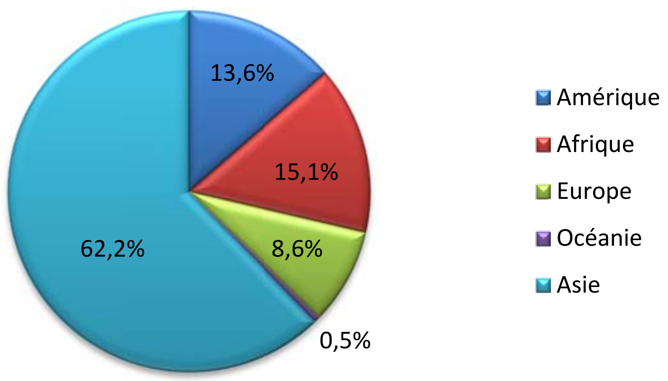
https://www.youtube.com/watch?v=gpCY_3zq3bk

Un diagramme circulaire ou demi circulaire permet de visualiser une répartition de données.

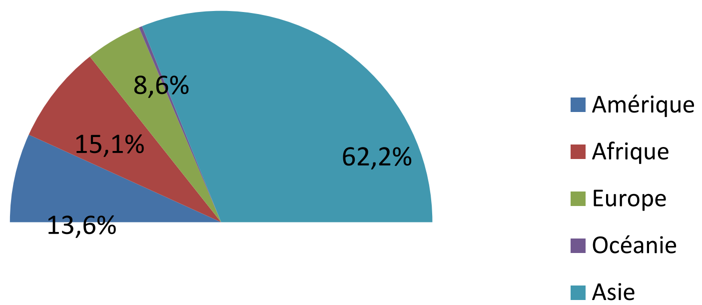
Dans un diagramme circulaire ou demi circulaire, les mesures des angles sont proportionnelles aux quantités représentées.

Ces quantités sont souvent exprimées en pourcentage. Si une quantité représente 35% du total, l'angle du secteur angulaire correspondant est de $\frac{35}{100} \times 360 = 126°$.

Exemple :



Répartition de la population mondiale par continent en 2011



Répartition de la population mondiale par continent en 2011

Exercice 3 sur « Les diagrammes ».

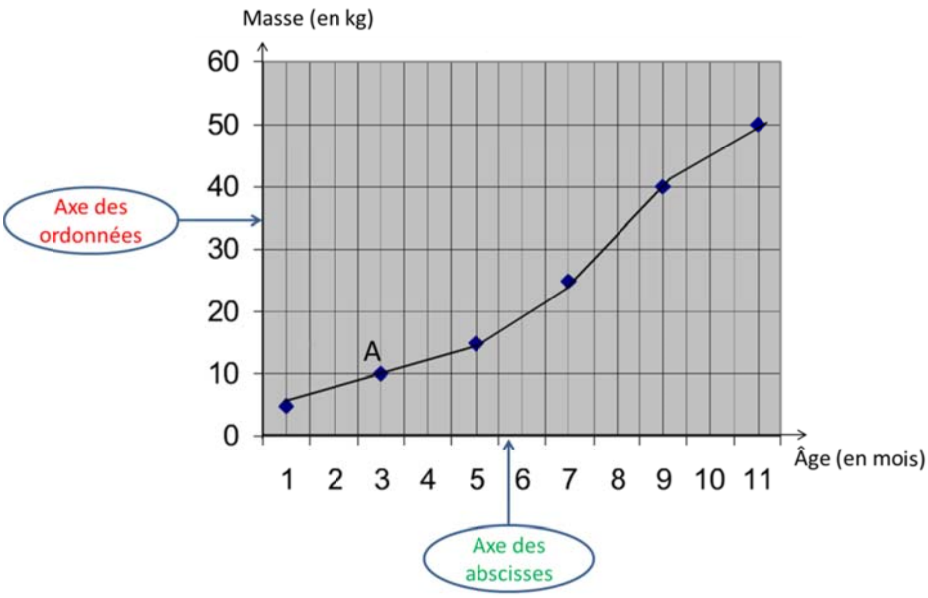
Chapitre 8 : Statistiques et probabilités

6. Graphiques cartésiens

Un graphique cartésien permet de représenter l'évolution d'une grandeur en fonction d'une autre.

Exemple :

Le graphique cartésien ci-contre représente la masse d'un marcassin en fonction de son âge.



Sur l'axe des abscisses (horizontal) est placé l'âge du marcassin.

Sur l'axe des ordonnées (vertical) est placé la masse du marcassin.

Ces deux axes sont gradués régulièrement.
Le point A (3 ; 10) indique que le marcassin, à l'âge de 3 mois, pesait 10 kg.

Exercice 1 de « représentations graphiques et diagrammes» de 6ème. A l'aide de la vidéo suivante https://www.youtube.com/watch?v=rz12Z-5h5kQ

Chapitre 8 : Statistiques et probabilités

7. Situations liées au hasard

7.1 Expérience aléatoire

Définition : Une expérience est dite « aléatoire » lorsqu'elle vérifie 3 conditions :
- On connait tous les résultats(1) possibles ;
- Le résultat n'est pas prévisible ;
- On peut reproduire plusieurs fois l'expérience dans les mêmes conditions

(1) chacun des résultats possibles de l'expérience aléatoire est appelé « **une issue** ».

Exemple : Jouer à pile ou face, est-ce une expérience aléatoire ?

Jouer à pile ou face n'a que deux issues : tomber sur pile ou tomber sur face. On en connait tous les résultats possibles, donc le jeu de pile ou face est bien une expérience aléatoire

Méthode : Etudier une situation liée au hasard

Vidéo https://youtu.be/6EtRH4udcKY

Application :

Sur un jeu de 13 cartes indiscernables, Léo écrit sur chaque carte une lettre du mot « mathématiques ».

Ensuite Léo retourne toutes les cartes et demande à son ami Théo d'en choisir une au hasard.

1) Est-ce une expérience aléatoire ?

2) Quelle(s) lettre(s) a-t-il le plus de chance d'obtenir ?

3) Théo pense qu'il a plus de chance d'obtenir une consonne qu'une voyelle. A-t-il raison ?

4) Théo affirme qu'il a plus d'une chance sur deux de tirer une lettre appartenant à son prénom. A-t-il raison ?

1) Cette expérience est aléatoire, car :

– on connait les résultats possibles : M, A, T, H, E, I, Q, U, S ;

– le résultat n'est pas prévisible : les cartes sont retournées ;

– on peut la reproduire plusieurs fois.

2) Les lettres M, A, T, E apparaissent deux fois. Ce sont ces 4 lettres qu'il a le plus de chance d'obtenir.

3) On compte 7 consonnes : 2M, 2T, H, Q, S et 6 voyelles : 2A, 2E, I, U. Il a raison de penser qu'il a plus de chance d'obtenir une consonne qu'une voyelle.

4) Le jeu contient 5 lettres appartenant à son prénom : 2T, H, 2E. Il a donc 5 chances sur 13 d'obtenir une de ces lettres. 5 est inférieur à la moitié de 13, il a donc moins d'une chance sur deux de tirer une lettre appartenant à son prénom. Théo a donc tord.

Chapitre 8 : Statistiques et probabilités

7.2 Calculs de probabilité

Définition : Un **évènement** est constitué d'un ensemble d'issues. Il peut être ou ne pas être réalisé lors d'une expérience aléatoire. Un évènement est réalisé lorsqu'on obtient l'une des issues qui le composent.

Exemple : On lance un dé à six faces. Proposez un évènement à une issue, à deux issues, à trois issues. Proposez un évènement qui n'a aucune issue.

- « Obtenir un 6 » est un évènement à une issue, car il n'y a qu'une face du dé marqué d'un 6 dessus.
- « Obtenir 1 ou 3 » est un évènement à deux issues.
- « Obtenir un nombre pair » est un évènement à trois issues, car 2, 4 et 6 sont des nombres pairs.
- « Obtenir un 8 » est un évènement à zéro issue, car il n'y a pas de 8 sur un dé à six faces.

Méthode : Effectuer un calcul de probabilité élémentaire

Vidéo https://youtu.be/a9Mb5v7Z4Mw

Calculer les probabilités des événements suivants :

1) Tomber sur le nombre 2 en lançant un dé à 6 faces.

2) Obtenir une boule verte en piochant au hasard une boule dans une urne contenant 3 boules vertes et 4 boules jaunes.

3) La roue ci-contre s'arrête sur un secteur jaune.

1) Cet événement possède 1 issue possible (le « 2 ») sur 6 issues en tout. Il a donc 1 chance sur 6 de se réaliser. La probabilité de tomber sur le nombre 2 en lançant un dé à 6 faces est donc égale à $\frac{1}{6}$.

2) Cet événement possède 3 issues possibles (3 boules vertes) sur 7 issues en tout (3+4=7 boules). Il a donc 3 chances sur 7 de se réaliser.

3) Cet événement possède 2 issues possibles (2 secteurs jaunes) sur 14 issues en tout (14 secteurs). Il a donc 2 chances sur 14 de se réaliser. La probabilité d'obtenir une boule jaune est donc égale à $\frac{2}{14} = \frac{1}{7}$.